Donc $I_n \geq 0$.

b)On a : tout x de $[0 ; \frac{\pi}{4}]$: $0 \leq \tan x \leq 1$ donc $0 \leq (\tan x)^{n+1} \leq (\tan x)^n$

donc $I_{n+1} \leq I_n$ d'où la suite (I_n) est décroissante.

c)La suite (I_n) est décroissante ; minorée par 0 donc elle est convergente.

2-a) Calcul de $I_{n+2} + I_n$

$$I_{n+2} + I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x).\tan^n x \, dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)'.\tan^n x \, dx = \frac{1}{n+1}\left[(\tan x)^{n+1}\right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{n+1}$$

b)La relation $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}$ et $I_n \geq 0$ affirme que :

$0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ donc La suite (I_n) converge vers 0.

3)Calcul de I_1 ;I_2 ; et I_4.

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = -[\ln(\cos x)]_0^{\frac{\pi}{4}} = \ln\sqrt{2}$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} [(\tan x)' - 1] \, dx = [\tan x]_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{\pi}{4}.$$

La relation $I_2 + I_4 = \frac{1}{3}$ donne $I_4 = \frac{1}{3} - I_2 = \frac{1}{3} - 1 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}$

<u>Exercice 4 :</u>

il y a deux catégories de câbles C_1 et C_2 , dans chaque livraison figurent 20% de C_1 80 % de C_2

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn